УДК 378:796

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТРАТЕГИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ «СПОРТСМЕН – ТРЕНЕР»

Афанасьев В.В., Смирнов Е.А.

ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского», Ярославль, e-mail: ya.e.smirnov@yandex.ru

Содержание статьи посвящено применению математического моделирования для анализа стратегий взаимодействия тренера и спортсмена. В работе рассматриваются факторы успешности спортсмена и тренера на этапе организации отбора в спортивную секцию. При этом как особый пункт спортивной практики выделяется сложная система межличностных отношений, возникающих между тренером и спортсменом. Для анализа ситуации отбора в спорт предлагается использование биматричных игр, поиска эффективного использования стратегий тренером и спортсменом на платежных графах. Определение оптимальных способов поведения тренера в условиях неопределенности. Представлено доказательство существования решений, удовлетворяющих этим принципам, указание алгоритмов нахождения решений, их реализация. В работе рассмотрены примеры, в которых стратегические ходы и определенные профессиональные знания могут помочь выйти из сложных ситуаций, связанных с организацией как начального отбора в спорт, так и построение отношений во время тренировочного процесса. В работе предлагается новый подход к решению задач с заменой платежной матрицы на платежный граф. Используя предложенный подход в профессиональной деятельности, тренер получает возможность смоделировать сценарии развития событий и быть готовым к принятию ответственных решений.

Ключевые слова: субъект-субъектные, успешность спортивной деятельности, матрица успеха отношения, стратегии взаимодействия тренера и спортсмена, биматричные игры, платежные матрицы, цена игры, оптимальные стратегии, вероятность, отношения, частота, платежный граф, средние выигрыши спортсменов и тренеров, точки равновесия

MATHEMATICAL MODEL OF THE "ATHLETE-COACH" INTERACTION STRATEGY

Afanasev V.V., Smirnov E.A.

Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinskiy, Yaroslavl, e-mail: ya.e.smirnov@yandex.ru

The content of the article is devoted to the use of mathematical modeling to analyze the strategies of interaction between a coach and an athlete. The work examines the factors of the success of an athlete and a coach at the stage of organizing the selection to the sports section. At the same time, a complex system of interpersonal relations arising between a coach and an athlete is highlighted as a special point of sports practice. To analyze the situation of selection for sports, it is proposed to use bimatrix games, to search for effective use of strategies by a coach and an athlete on payment graphs. Determination of the optimal ways of a coach's behavior in conditions of uncertainty. The proof of the existence of solutions that satisfy these principles, an indication of algorithms for finding solutions, and their implementation are presented. The paper considers examples in which strategic moves and certain professional knowledge can help to get out of difficult situations associated with organizing both the initial selection for sports and building relationships during the training process. The paper proposes a new approach to solving problems with the replacement of the payment matrix with a payment graph. Using the proposed approach in professional activity, the trainer gets the opportunity to simulate scenarios for the development of events and be ready to make responsible decisions.

Keywords: subject-subjective, success of sports activity, relationship success matrix, coach-athlete interaction strategies, bimatrix games, payment matrices, game price, optimal strategies, probability, relationships, frequency, payment graph, average payoffs of athletes and coaches, equilibrium points

Изучение факторов успешности спортсмена и тренера в спортивной деятельности сегодня является актуальной проблемой по причине необходимости поиска оптимальных способов взаимодействия субъектов.

Феномен спорта в системе человеческих отношений можно характеризовать как социально-культурную деятельность, которая включает в себя, с одной стороны, тренировочный, с другой, соревновательный процессы.

Следует отметить, что тренировочный процесс – это не просто многократное повторение тренировочных заданий и участие спортсмена в спортивных соревнованиях, а сложная система межличностных отношений, возникающих между тренером и спортсменом, единством которой будет победа спортсмена на соревнованиях и рост профессионализма тренера.

Анализируя практику спортивной подготовки, стоит сказать, что тренер, безусловно, самый главный наставник, причем для юного спортсмена он является еще и ориентиром в становлении личности. Однако не стоит преуменьшать значимость семьи в становлении спортсмена.

В практике спорта тренеров можно классифицировать на две основные группы – тренеров в индивидуальных видах спорта и тренеров в командных видах спорта. Однако их профессиональная деятельность имеет общую цель – достижение максимального результата. Конкретно в командных видах спорта он зависит к тому же как от каждого игрока команды, так и от их взаимодействия, взаимопонимания и «духа команды».

Успешность выступления спортсмена на соревнованиях, как отмечает В.Д. Фискалов, зависит, с одной стороны, от уровня профессионализма тренера в спорте, а с другой, от мотивации успеха самого спортсмена и приложенных им усилий на тренировках [1].

Понятие успешности достаточно подробно раскрывается в работах Ю.М. Орлова, С.В. Ковалева, А.Г. Харчева, С.И. Голода, В.Д. Шадрикова.

Следует сказать, что понятие успешность стоит рассматривать как факт адаптации личности в процессе индивидуальной и совместной деятельности [2]. В нашем случае мы считаем, что уместно утверждать, рост спортсмена пропорционален росту тренера.

Анализируя особенности содержания понятия «успешная деятельность», мы пришли к выводу о необходимости выделения и отдельного рассмотрения понятий «успех» и «успешность». Понятие «Успех» в работах педагогов и психологов трактуется как индивидуальное, значимое достижение, а «Успешность» – это уже есть достижение, которое признается обществом [3].

В целом следует уточнить, что в профессиональном спорте достижения чаще всего носят закономерный, а не случайный характер, который формируется от индивидуально-психологических факторов, объема тренировок.

В трудах В.Д. Шадриков подчеркивает важность личностной составляющей в деятельности и отношение к ней, что в полной мере характеризует результат, который спортсмен показывает на соревнованиях [4].

В трудах Ю.Д. Железняка, Л.П. Матвеева субъект деятельности раскрывается как комплекс личностных характеристик, таких как целевые установки, которые могут выдвигаться спортсменом и тренером, мотивы занятий спортом.

Следует упомянуть, что спортивная деятельность в первую очередь ориентирована на максимальный уровень достижений, при этом сопутствующим фактором являются высокие эмоциональные нагрузки, возникающие на основании субъективной значимости результатов, остроте соперничества, публичности выступлений во время соревнований.

Для достижения наивысших спортивных результатов стоит выделить критерии успешности: максимальная самоотдача как в тренировках, так и соревнованиях, мотив достижения цели, ответственность за свои поступки. Вышеперечисленные критерии в полной мере применимы и к тренеру, и к спортсмену.

В некоторых исследованиях специалистов в области физической культуры (Л.П. Матвеев, В.Д. Фискалова и др.) делается упор на то, что рост спортивных результатов спортсмена непосредственно влияет на взаимоотношения с тренером и на то, каких стратегий они придерживаются [4]. Проанализировав разные способы взаимодействия тренера и спортсмена, авторы выделили характеристики, которые могут влиять на успешность их совместной деятельности: характер взаимодействия; стиль руководства тренера; эмоциональный фон взаимоотношений.

Следует отметить, что в процессе тренировочной деятельности как у тренера, так и у спортсмена могут формироваться свои самостоятельные стратегии, при этом не всегда данные стратегии могут совпадать.

В процессе тренировочной деятельности спортсмен может придерживаться следующих стратегий:

1. Спортсмен тренируется постоянно, «с отягощением»;

2. Спортсмен тренируется по необходимости, «так положено».

Относительно тренерской деятельности можно выделить следующие стратегии:

1. Тренер в своей профессиональной деятельности использует традиционные методы подготовки.

2. В профессиональной деятельности использует креативные подходы.

Для того чтобы разобраться в характере взаимоотношений и возможных результатах организации тренировочного процесса, обратимся к математическим методам изучения оптимальных стратегий в «теории игр».

В математике и её разделе «теории игр» под игрой принято понимать процесс, в котором могут участвовать более двух сторон, ведущих борьбу за осуществление своих интересов [5].

Первые упоминания изложения «теории игр» можно найти в трудах ученых XVII в., при этом основные математические аспекты и их приложения были изложены Джоном фон Нейманом и Оскаром Моргенштерном в книге «Теория игр и экономическое поведение» [6, 7].

В настоящее время проблеме «теории игр» уделяется большое внимание, так как она охватывает целый ряд вопросов анализа конфликтов и принятия оптимальных решений.

Цель исследования – рассмотреть возможность математического моделирования стратегий взаимодействия тренера и спортсмена посредством «теории игр».

Материалы и методы исследования

Материалом исследования выступают интересы тренера и спортсмена представленные в платежных матрицах. Математическое моделирование как метод исследования позволяет оценить и интерпретировать платежные матрицы [8] и платежные графы, что позволит прогнозировать развитие ситуации.

Результаты исследования и их обсуждение

Стратегическое взаимодействие может включать много игроков и много стратегий, но мы ограничимся играми, чаще встречающимися в спорте с участием двух лиц, имеющих конечное число стратегий, что позволяет интерпретировать игру с помощью платежного графа. Данный подход по замене платежной матрицы платежным графом представлен в педагогической работе [9].

Рассмотрим стратегию самореализации тренера и спортсмена на языке биматричных игр [3], изучив оценки своей деятельности и результаты двух стратегий.

Запишем в виде матрицы $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ восприятие спортсменом своих стратегий A_i (i = 1,2) тренировочного процесса и стратегий тренера B_j (j = 1,2). Рассмотрим и матрицу $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ восприятия уже тренером результатов тренировочного процесса для соответствующих стратегий спортсмена и тренера.

Примем за p $(0 \le p \le 1)$ вероятность исполнения спортсменом стратегии A_1, а за $q(0 \le q \le 1)$ – вероятность использования тренером стратегии B_1.

Вычисление средних значений $H_A(p,q)$ и $H_B(p,q)$ предложено в работе [9] находить через вес всего соответствующего платежного графа (рис. 1).

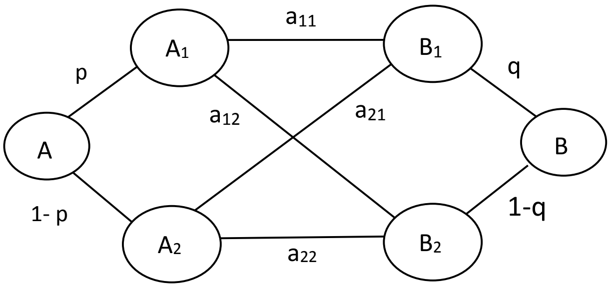

Рис. 1. Платежный граф

$$H_{A'}(\rho,q)= p\cdot a_{11}\cdot q+p\cdot a_{12}\cdot(1-q)+(1-p)\cdot a_{21}\cdot q+(1-p)\cdot a_{22}\cdot(1-q).$$

У спортсмена рассмотрим две стратегии:

A_1 = {спортсмен тренируется под нагрузкой}

A_2 = {тренируется в обычном рабочем режиме}

У тренера есть также две стратегии:

B_1 = {использует традиционные методы подготовки}

B_2 = {использует креативные подходы}

Составим для каждого игрока свою платежную матрицу оценки своих умений и возможных результатов двух стратегий.

Рассмотрим матрицы *A* и *B* оценивания спортсменом и тренером результатов их совместных стратегий.

Пусть матрица оценивания спортсмена

1) $\mathrm{A}=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix}$

2) Заменим платежную матрицу А платежным графом (рис. 2).

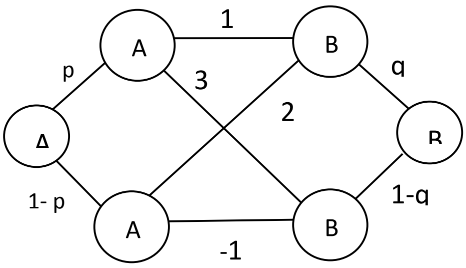

Рис. 2. Платежный граф для матрицы А

3) Найдем средний выигрыш спортсмена как вес всего платежного графа.

$$H_{\mathrm{A}}(\rho\cdot q)=\rho q+3\rho(1-q)+(1-\rho)\cdot 2q+(1-\rho)(-1)(1-q)=$$
$$=\rho q+3\rho-3pq+2q-2pq-1+\rho+q-\rho q=$$
$$=-5\rho q+4\rho+3q-1$$

Матрица оценивания тренера

1) $\mathrm{B}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & -3\end{pmatrix}$

2) Заменим платежную матрицу В платежным графом (рис. 3).

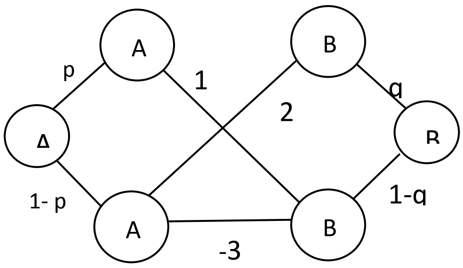

Рис. 3. Платежный граф для матрицы В

3) Найдем средний выигрыш тренера как вес всего платежного графа.

$$H_{\mathrm{B}}(\rho\cdot q)=\rho\cdot 1\cdot(1-q)+(1-\rho)\cdot 2q+$$
$$+(1-\rho)(-3)(1-q)=\rho-\rho q+2q-2pq-3+3\rho+$$
$$+3q-3\rho q=-6\rho q+4\rho+5q-3$$

4) Пусть а) $p = 1$, тогда

$H_A(1,q) = -5q + 4 + 3q - 1 = -2q + 3$

$H_A(\rho,q) - H_B(1,q) = (-5pq + 4p + 3q - 1) - (-2q + 3) =$

$= -5pq + 5q + 4p - 4 = 5q(1-p) + 4(p-1) =$

$= (1-p)(5q-4) \geq 0$

б) Пусть $p = 0$ и $H_A(0,q) = 3q - 1;$

$H_A(\rho,q) - H_a(0,q) = -5pq + 4p = p(4-5q) \geq 0$

4) Пусть а) $q = 0$, тогда $H_b(p,0) = 4p - 3$

$H_B(\rho,q) - H_b(p,0) = 5q - 6pq \geq 0$

б) Пусть $q = 1$, тогда

$H_b(p,1) = -6p + 4p + 5 - 3 = 2 - 2p;$

$H_b(p,q) - H_b(p,1) = -6pq + 4p + 5q - 3 - 212p =$

$= 6p(1-q) + 5(q-1) = (1-q)(6p-5) \geq 0$

5) $\begin{cases}(1-p)(5q-4) \geq 0 \\ p(4-5q) \geq 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}5q-4 \geq 0 \\ 4-5q \geq 0\end{cases}$ $0 \leq \rho \leq 1$

Следовательно, $q = \frac{4}{5}$ и оптимальные стратегии спортсмена $S_B^*(\frac{4}{5};\frac{1}{5})$.

5) $\begin{cases}q(5-6p) \geq 0 \\ (1-q)(6p-5) \geq 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}5-6p \geq 0 \\ 6p-5 \geq 0\end{cases}$ $0 \leq q \leq 1$

Следовательно, $p = \frac{5}{6}$ и оптимальные стратегии спортсмена $S_A^*(\frac{5}{6};\frac{1}{6})$.

Цена игры у тренера и спортсмена будет своя

6) $H_A\left(\frac{5}{6},\frac{4}{5}\right) = -5\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5} + 4\cdot\frac{5}{6} + 3\cdot\frac{4}{5} - 1 =$
$= \frac{20}{6} + \frac{20}{6} + \frac{12}{5} - 1 = \frac{7}{5}$

6) $H_b\left(\frac{5}{6},\frac{4}{5}\right) = -6\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5} + 4\frac{5}{6} + 5\cdot\frac{4}{5} - 3 =$
$= -4 + \frac{10}{3} + 4 - 3 = \frac{1}{3}$

Итак, получим математически обоснованные рекомендации по выбранным платежным матрицам. Для спортсмена использовать тренировочный процесс под нагрузкой с относительной частотой (вероятностью) равна $\frac{5}{6}$, а средняя цена его вероятных тренировок как 1,4 (балла). Для тренера относительная частота традиционного подхода к тренировкам составляет $\frac{4}{5}$, а средняя цена его рассчитывается - $\frac{1}{3}$ (балла).

На следующем примере отбора для занятий в спортивной секции покажем и эффективные приемы преобразования платежных матриц для упрощения их использования.

Рассмотрим отбор для занятий в легкоатлетическую секцию, в котором принимают участие уже тренирующиеся из других видов спорта и начинающие спортсмены.

Таким образом, для участвующих в отборе возможны две стратегии:

A_1 = {игрок уже имеет опыт тренировочного процесса},

A_2 = {игрок знакомится с тренировочным процессом}.

У тренера также имеются две стратегии:

B_1 = {принять для занятий в секцию},

B_2 = {отказать, для включения в группу занимающихся}.

Понятно, что реакции каждого из возможных исходов отбора будут различными, выразим их следующими матрицами:

1). $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

1). $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Упростим данные матрицы, используя матрицу $I = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ из единиц.

Тогда можно рассмотреть две новые матрицы $A' = A + 2 \cdot I = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ и $B' = B + I = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Платежные графы примут в этом случае более простой вид (рис. 4, 5).

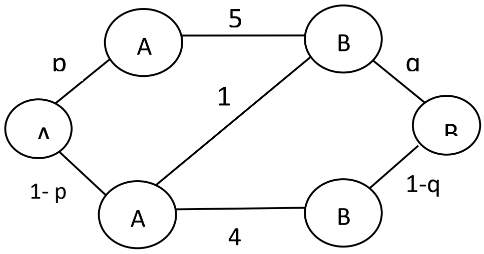

Рис. 4. Платежный граф для матрицы А

1). $H_A(\rho \cdot q) = \rho 5q + (1-p)\cdot 1 + (1-\rho)4(1-q) =$
$= 5\rho q + q - pq + 4 - 4p - 4q + 4pq =$
$= 8\rho q - 4\rho - 4q + 4$

2) Пусть $p = 1$, тогда
$H_{A'}(1,q) = 8q - 4 - 4q + 4 = 4q$
$H_{A'}(\rho,q) - H_{a'}(1,q) = 8pq - 4p - 8q + 4 =$
$= 8q(p-1) - 4(p-1) = (p-1)(2q-1)\cdot 2$
Пусть $p = 0$ и $H_{A'}(0,q) = -4q + 4;$
$H_{A'}(\rho,q) - H_{A'}(0,q) = 8pq - 4p = 4p(2q-1)$

3). $\begin{cases} 2(p-1)(2q-1) \geq 0 \\ 4p(2q-1) \geq 0 \end{cases} \underset{0 \leq \rho \leq 1}{\Rightarrow} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$

4) Оптимальные стратегии для В
$S_B^*(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$.

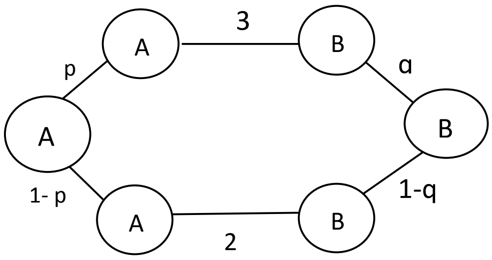

Рис. 5. Платежный граф для матрицы А

1). $H_{B'}(\rho \cdot q) = \rho \cdot 3 \cdot q + (1-\rho)\cdot 2(1-q) =$
$= 3pq + 2 - 2p - 2q + 2pq =$
$= 5pq - 2p - 2q + 2$

2) Пусть $q = 1$, тогда
$H_{B'}(p,1) = 5p - 2p - 2 + 2 = 3p$
$H_{B'}(\rho,q) - H_{B'}(p,1) = 5pq - 5p - 2q + 2 =$
$= 5p(p-1) - 2(q-1) = (q-1)(5p-2)$
Пусть $q = 0$, тогда
$H_{b'}(p,0) = -2p + 2;$
$H_{B'}(p,q) - H_{B'}(p,0) = 5pq - 2q =$
$= q(5p-2)$

3). $\begin{cases} (q-1)(5p-2) \geq 0 \\ q(5p-2) \geq 0 \end{cases} \underset{0 \leq q \leq 1}{\Rightarrow} \Rightarrow 5p - 2 = 0$

$p = \frac{2}{5}$

4) Оптимальные стратегии для А
$S_A^*(\frac{2}{5};\frac{3}{5})$.

Следовательно, в нашем случае в двух случаях из пяти разумно предложить участие в тренировочном процессе опытному спортсмену из других школ, а в трех случаях из пяти отдать предпочтение новичку. Тактика тренера весьма гуманна – давать «добро» тренироваться каждому второму.

Оценим и восприятие процесса отбора его участниками по вспомогательным матрицам.

$$H_{A'}\left(\frac{2}{5},\frac{1}{2}\right) = 8\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2} - 4\cdot\frac{2}{5} - 4\cdot\frac{1}{2} + 4 = 2, \quad \text{а} \quad H_A\left(\frac{2}{5},\frac{1}{2}\right) = 2 - 2 = 0$$

$$H_{B'}\left(\frac{2}{5},\frac{1}{2}\right) = 5\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2} - 2\cdot\frac{3}{5} - 2\cdot\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{5}, \quad \text{а} \quad H_B\left(\frac{2}{5},\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{5} - 1 = -\frac{4}{5}$$

Полученные результаты свидетельствуют о небрежном восприятии процесса отбора его претендентом и некоторой неудовлетворенности тренировочного штаба.

Заключение

На основе проведенного анализа научно-методической литературы и моделирования стратегий взаимодействия сделаны выводы по принятию оптимальных решений в рассматриваемых условиях.

Предложенный подход позволяет оценить распределение выигрышей сторон, задействованных в тренировочном процессе, и дать математический прогноз развития ситуаций в профессиональной деятельности.

Предложенный метод моделирования и оценки стратегий в спорте может стать частью содержания профессиональной подготовки учителей физической культуры и тренеров.

Данный подход включает в себя выполнение следующих операций: наблюдение, анализ, выводы и их подтверждение. Применение данного содержания в профессиональной подготовке учителей физической культуры и тренеров в спорте может способствовать формированию математических компетенций, математической культуры и математического мышления повышения профессиональной компетентности будущих учителей по физической культуре и тренеров по спорту.

Список литературы

1. 1. Фискалов В.Д. Спорт и система подготовки спортсменов. М.: Советский спорт, 2010. 392 с.
2. Шадриков В.Д., Мазилов В.А. Общая психология: учебник для вузов. М.: Издательство Юрайт, 2020. 411 с.
3. Мартенс Р. Социальная психология и спорт. М.: Физкультура и спорт, 1997. 176 с.
4. Смирнов Е. А. Формирование вероятностно-статистических компетенций у будущих учителей физической культуры и тренеров в спорте: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08. Ярославль, 2015. 224 с.
5. Захаров А.В. Теория игр в общественных науках: учебник для вузов. М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2015. 304 с.
6. Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970. 708 с.
7. Колобашкина Л.В. Основы теории игр: учеб. пособие. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. 195 с.
8. Кремлев А.Г. Основные понятия теории игр: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. 144 с.
9. Афанасьев В.В., Рожков М.И. Математическая модель субъект-субъектных отношений

педагогов и детей // Ярославский педагогический вестник. 2018. № 5. С. 71-78.