

ФОРМИРОВАНИЕ У БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ УМЕНИЙ ПРИМЕНЯТЬ ОТКРЫТЫЕ ЗАДАЧИ ПРИ ОБУЧЕНИИ ШКОЛЬНИКОВ

Менькова С.В., Баранова Е.В.

ФГАОУ ВО «Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», Арзамасский филиал, Арзамас, e-mail: svetlana.menckova@yandex.ru, barelval@mail.ru

В статье представлен опыт формирования у будущих учителей математики умений, связанных с применением открытых задач в профессиональной деятельности педагога. Отмечается важность формирования у обучаемых умения решать открытые задачи, подчеркивается развивающий потенциал открытых задач. Авторы выявляют дидактические возможности разных учебных дисциплин в формировании у студентов самого понятия «открытая задача». В статье выделены и охарактеризованы основные направления подготовки студентов к использованию открытых задач при обучении математике школьников: вовлечение студентов в исследовательскую деятельность в области математики; обогащение личного опыта студентов по решению открытых математических задач, формирование у студентов умений конструировать открытые задачи, формирование у студентов умений проектировать ситуации применения на уроках открытых задач, формирование умений использовать открытые задачи в урочной и внеурочной деятельности по математике. В статье описываются приемы самостоятельного конструирования открытых задач, в числе которых: различные варианты переформулировок исходной задачи, вносящие неопределенность в задачную ситуацию, использование жизненных, бытовых ситуаций, использование фрагментов из художественной и научно-популярной литературы, фильмов, использование фактов из истории математики.

Ключевые слова: открытые задачи, приемы составления открытых задач, подготовка будущих учителей математики.

FORMATION OF SKILLS OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS TO APPLY OPEN TASKS IN THE PROCESS OF TEACHING STUDENTS

Menkova S.V., Baranova E.V.

Arzamas Branch of Nizhny Novgorod State University, Arzamas, e-mail: svetlana.menckova@yandex.ru, barelval@mail.ru

The article presents the experience of developing skills in future teachers of mathematics related to the use of open tasks in the professional activities of a teacher. The article notes the importance of developing the ability of students to solve open tasks, emphasizes the developing potential of open tasks. The authors reveal the didactic possibilities of different academic disciplines in the formation of the very concept of "open task" among students. The article describes the main directions of preparing students for the use of open tasks in teaching mathematics to schoolchildren: involving students in research activities in the field of mathematics; enrichment of students' personal experience in solving open mathematical tasks, the formation of students' skills to design open tasks, the formation of students' skills to design situations for the use of open tasks in the lessons, the formation of skills to use open tasks in classroom and extracurricular activities in mathematics. The article describes methods of construction of open tasks, including: various options for reformulating the original tasks, introducing uncertainty into the task situation, the use of life, everyday situations, the use of fragments from fiction and popular science literature, films, the use of facts from the history of mathematics.

Keywords: open tasks, methods of compiling open tasks, training of future teachers of mathematics.

Качественное образование сегодня делает ставку на подготовку выпускника, способного самостоятельно приобретать знания и умения, проявлять творческую активность и инициативность, готового к решению проблем, демонстрирующего широкую эрудицию. Это касается и среднего, и высшего образования. Многие педагоги учат решать в основном закрытые задачи, т.е. задачи, в которых предложено полное условие, сформулировано конкретное требование и, чаще всего, возможен единственный правильный ответ. А в жизни

и профессии, как правило, необходимо уметь решать задачи открытые. Поэтому современная школа и вуз, ставящие перед собой цель подготовки такого выпускника, должны формировать умение решать открытые задачи.

Эта проблема уже на протяжении четверти века обсуждается в научных и методических работах ученых и передовых учителей. Однако, несмотря на признание богатейшего развивающего потенциала открытых задач, большинство школьных учителей математики до сих пор практически не используют подобные задачи в процессе обучения. С целью выявления причин этого был проведен опрос учителей математики. Среди основных причин того, что учителя не используют открытые задачи в практике обучения школьников, были названы: недостаточность задач открытого типа в учебных пособиях для школьников и дидактических материалах по математике, отсутствие методических разработок и рекомендаций для учителей. Кроме того, ряд начинающих учителей указал на недостаточность в этом плане методической подготовки в вузах. Этот факт заставил задуматься о необходимости совершенствования методической подготовки будущих учителей математики.

Цель исследования: выявить основные направления совершенствования подготовки будущих учителей математики к использованию открытых задач при обучении школьников.

Будущие учителя математики - нынешние студенты, в большинстве своем, будучи школьниками, не имели опыта решения открытых задач, у многих опыт собственной исследовательской практики незначителен. Школьные учебники, по которым они учились, практически не содержали задач открытого типа, и редко кто из учителей применял подобные задачи при обучении. А потому, прежде всего, студенты должны получить собственный опыт участия в исследовательской деятельности в области математики, опыт решения открытых математических задач.

Для студентов открытые задачи, с одной стороны, являются универсальным средством формирования целого комплекса необходимых умений, а с другой - умение их решать и использовать в учебной деятельности является одной из необходимых компетенций будущего учителя математики. Поэтому мы поставили задачу сформировать у студентов умения применять открытые задачи в обучении математике. Для этого были выделены несколько направлений реализации данного процесса.

Первое направление в подготовке студентов к использованию в процессе обучения школьников задач открытого типа – вовлечение студентов в исследовательскую деятельность в области математики, обогащение задачного материала курсов высшей и элементарной математики открытыми задачами.

Второе направление – собственно методическая подготовка, предполагающая становление и совершенствование педагогического мастерства будущего учителя математики.

Важнейшим системообразующим компонентом методической системы обучения будущих учителей математики является курс теории и методики обучения математике. В рамках курса дисциплины «Методика обучения математике» студенты знакомятся с особенностями технологии развивающего личностно ориентированного обучения, спецификой организации математической деятельности, средствами и приемами организации проектной и исследовательской деятельности. На протяжении всего курса одним из ведущих аспектов должно являться формирование у студентов умений включать школьников в поисковую математическую деятельность. Открытые задачи дают прекрасную возможность вовлекать и школьников, и студентов в поисковую и исследовательскую деятельность. Поэтому во время изучения основ задачных технологий обучения математике мы предлагаем студентам изучить феномен «открытая задача», овладеть приемами использования открытых задач при обучении школьников, а также приемами составления задач открытого типа.

В первую очередь на семинарском занятии студентам даем задание: проанализировать предложенные научно-методические статьи, выделить основные характеристики понятия «открытая задача»: сущность, роль таких задач в обучении, их виды. Проблеме применения открытых задач при обучении математике посвящены работы Гина А.А., Шноля Д.Э., Сгибнева А.И., Горева П.М., Галиуллиной Е.Н., Овсянниковой И.С., Барановой Е.В., Поздняковой Е.В и др. В ходе анализа научно-методических работ, посвященных открытым задачам, студенты выясняют, что не существует единого принятого определения этого термина. А. Гин отмечает, что «открытая задача не имеет четкого однозначного условия, в ней может не хватать каких-то данных, или, напротив, она может содержать избыточные данные» [1]. Кроме того, А. Гин, обращает внимание, что открытая задача может иметь множество путей решения и много верных ответов. В.А. Утемов выделяет аналогичные характеристики основных параметров открытых задач: имеют размытое условие, методы решения разные, и в результате набор возможных ответов [2]. П.М. Горев, И.С. Зыков под открытыми задачами понимают такие задачи, которые имеют несколько вариантов решения, предполагают возможность уникальных ответов или позволяют ученикам самостоятельно открывать неизвестные им факты, а также учитывают их индивидуальные возможности [3]. Таким образом, анализ научно-методической литературы показывает, что понятие «открытой» задачи опирается на понятие «неопределенности» задания одного из основных компонентов задачи – условия, требования и решения. Если один из компонентов задачи или их комбинация заданы в формулировке задачи неопределенно, то такую задачу можно отнести к задаче открытого типа.

После выяснения основных характеристик понятия «открытая задача» студентам предлагаем проанализировать методические пособия с подборками открытых задач

(например, пособия Д.Э. Шноля [4]). На основе анализа они выявляют основные типы открытых задач. Также студентам предлагаем проанализировать школьные учебники по математике, найти в них задачи открытого типа. Выполняя это задание, студенты приходят к выводу, что подобных задач крайне мало. Недостаточность задач открытого типа в школьных учебниках и дидактических материалах по математике побуждает учителя подбирать, формулировать, конструировать подобные задачи самостоятельно. А потому на следующем этапе мы формируем у студентов умение конструировать задачи открытого типа.

Для этого на практических занятиях по методике обучения математике студенты осваивают следующие приемы составления задач открытого типа.

I. Изменение требования исходной задачи закрытого типа

1. *Увеличение степени неопределенности вопроса.* Например, замена требования «Докажите, что данный объект обладает некоторым свойством» - требованием «Выясните, обладает ли объект этим свойством». Вместо «Докажите тождество» - «Проверить верность равенства», вместо «Доказать существование» - «Выяснить, существует ли».

2. *Включение дополнительного неопределенного требования.* В частности, например, добавить вопрос «Какие еще величины вы можете найти по данному условию?»

3. *Исключение требования задачи, замена определенного требования исходной закрытой задачи неопределенным.* Условие исходной задачи остается неизменным, а определенное требование заменяется вопросом, например «Какие величины вы можете определить?», «Какие выводы вы можете сделать?», «Что можно найти по этим данным?», или требованием «Сформулируйте вопрос к задаче».

Например. Таким образом была сформулирована следующая задача: «В трапеции $ABCD$ известны основания $BC=a$, $AD=b$ и длина высоты h . Какие из величин трапеции можно найти, исходя из этих данных?». В этой задаче условие является полностью определенным, а требование нет.

4. *Включение дополнительного требования обобщить задачу.* Обычная задача закрытого типа может превратиться в открытую, если появится требование обобщить задачу.

II. Изменение условия исходной задачи закрытого типа

1. *Исключение части условия закрытой задачи, приводящее к необходимости исследовать при решении различные случаи.* Такое изменение вносит некоторую неопределенность в задачную ситуацию. В процессе решения измененной задачи может потребоваться рассмотреть различные случаи, например расположения объектов.

Например. Исходная закрытая задача: «Из точки A одновременно в противоположных направлениях вышел пешеход и выехал велосипедист. Скорость пешехода 5 км/ч, скорость велосипедиста – 12 км/ч. Какое расстояние между ними будет через 2 часа?»

Исключаем условие – «в противоположных направлениях». Получаем новую задачу, обладающую большей степенью неопределенности: «Из точки A одновременно вышел пешеход и выехал велосипедист. Скорость пешехода 5 км/ч, скорость велосипедиста – 12 км/ч. Какое расстояние между ними будет через 2 часа?» Несмотря на то, что внешне у задачи и присутствует условие, и сформулировано требование, появилась неопределенность: в каких направлениях двигались объекты.

2. *Исключение части условия закрытой задачи, приводящее к необходимости поиска дополнительной информации.* К задаче, рассмотренной в предыдущем примере, можно приложить фрагмент карты, где обозначен пункт A – перекресток двух перпендикулярных дорог. Фрагмент карты – дополнительная информация о том, в каких направлениях могли двигаться объекты.

III. *Изменение условия и требования закрытой задачи*

Возможен вариант: исключаем часть условия исходной задачи закрытого типа, а также заменяем требование исходной задачи на следующее: «Добавьте необходимые данные в условие, чтобы можно было найти...». В частности, с помощью этого приема была получена задача: «Точки A, B, C, E являются серединами сторон выпуклого четырехугольника $KMHT$. Определите вид четырехугольника $ABCE$. Дополните условие, чтобы четырехугольник $KMHT$ являлся: а) прямоугольником; б) ромбом; в) квадратом».

К заданиям открытого типа можно отнести и задания на придумывание формулировки условия и требования задачи, решаемой с применением заданного приема, метода, способа – по сути, задание открытого типа. Сформулировать подобное открытое задание не трудно, можно предложить разные варианты.

IV. *Исключение условия и требования*

1. *Исключение условия и требования закрытой задачи, остаются известными теоретическая база и способ решения.* Например, сформулируйте задачу, которая решалась бы с помощью данного уравнения. Сформулируйте задачу по заданному готовому чертежу.

2. *Исключение условия и требования закрытой задачи, остаются известными только теоретическая база или прием решения.* Например, задания: «Придумать выражение, которое можно было бы разложить на множители вынесением общего множителя»; «Придумать тригонометрическое уравнение, при решении которого можно использовать метод введения вспомогательного угла» и т.п.

Другим важным направлением работы с открытыми задачами является обучение студентов процессу их решения. И здесь важно понимание, что открытая задача имеет множество решений, в зависимости от конкретизации неопределенных условий, поэтому у всех решающих эту задачу во многих случаях получаются разные ответы, при этом зачастую

решающий вынужден обращаться за дополнительной информацией к различным источникам. Решая такие задачи, студенты сами пытаются обобщить свой опыт и составить алгоритм решения открытых задач. Такая работа ведется не только на занятиях по методике математики, но и на других математических дисциплинах, и особенно на элементарной математике.

На занятиях по истории математики студенты также находят немало интересных фактов, которые могут стать основой для открытой задачи. Например: «С какой целью древние египтяне могли использовать веревку, на которой через равные промежутки были завязаны тринадцать узлов?».

Отсутствие задач открытого типа в учебниках и других дидактических материалах приводит к необходимости составления своего банка открытых задач математической направленности, который им пригодится при работе в школе. Для этого студентам предлагаем и самим придумывать такие задачи, и находить в различных информационных источниках. Так, в подборках задач у студентов появляются разные типы открытых задач. Среди них и чисто математические задачи (например: «Составьте эквивалентные определения параллелограмма», «Сформулируйте признаки равенства треугольников, используя дополнительные его элементы», «Для двух чисел a и b составьте как можно больше верных неравенств» и др.), и задачи из практической жизненной ситуации (например: «Что выгоднее: ехать отдыхать семьей на своем автомобиле или на поезде?», «Составить смету ремонта своей квартиры», «Спроектировать школьную клумбу и составить расчет необходимых материалов» и т.п.). Приемы конструирования открытых практико-ориентированных заданий описаны в работе Е.В. Поздняковой, А.В. Фоминой [5].

На практических занятиях по методике обучения математике студентам традиционно предлагаются деловые игры по проведению уроков и внеурочных занятий. В ходе выполнения подобных заданий студенты учатся применять на практике различные формы, методы и средства обучения, в том числе и формируются приемы использования открытых задач. Для выявления методических приемов применения открытых задач на уроках математики и во внеурочной работе студенты обращаются к научно-методическим работам, в частности к работам И.С. Овсянниковой [6], Е.В. Барановой [7] и др. Открытые задачи идеально вписываются в системно-деятельностный подход, лежащий в основе нового стандарта, так как способствуют реализации всех его ключевых позиций. Сюжет каждой из представленных задач показывает выход необходимых знаний на практическую их реализацию, а значит способствует высокой мотивации учеников и развитию интереса к предмету. Решение такой задачи может стать целью урока, которая в конечном счете будет отражаться не только в виде суммы «знаний, умений и навыков», которыми должен овладеть ученик, но и в виде характеристик сформированности познавательных и личностных способностей. Поиск

решения таких задач вовлекает учащихся в информационный поиск, в самостоятельное конструирование новых знаний - в исследовательскую деятельность. Работа над открытой задачей способствует освоению учащимися не только конкретных предметных знаний и навыков в рамках отдельных дисциплин, но и совокупности «универсальных учебных действий». Открытые задачи развивают мышление, они приучают думать системно, логически, для их решения необходимо как владение базовыми знаниями и умениями, так и умение мыслить. Поэтому умение решать открытые задачи может стать критерием комплексной оценки всех трех групп результатов освоения обучающимися основной образовательной программы: предметных, метапредметных и личностных.

При использовании открытых задач в обучении необходимо иметь в виду, что развивающий эффект задача будет иметь, если она посильна ученику. Неопределенность в ситуации не всегда для ученика является толчком к размышлению, у слабого ученика она может вызвать обратный эффект - эффект непринятия, нежелания думать и решать вообще. Конечно, при использовании задач открытого типа учитель встречается с рядом трудностей, в частности начинающий учитель затрудняется рассчитать время, необходимое ученику на выполнение задания. Подчеркивая развивающую ценность задач открытого типа, не следует ни в коей мере умалять достоинства задач закрытого типа. Может сложиться ошибочное мнение, что учебные задачи закрытого типа имеют единственный способ решения. Корректнее будет говорить, что учебные задачи закрытого типа предлагаются ученикам собственно для отработки определенного способа решения задач, потому метод решения часто напрашивается. Картина изменится, если ученикам, не знакомым с методом или приемом решения, или даже не знакомым с теоретической основой решения, предложить задачу закрытого типа. С мнением некоторых авторов о том, что задачи закрытого типа не развивают креативность, также нельзя согласиться. Можно привести немало примеров геометрических задач, задач с параметрами, внешне закрытых, однако имеющих и несколько верных вариантов ответов, и несколько способов решения, требующих творческого подхода к решению.

Основные направления совершенствования подготовки будущих учителей математики к применению открытых задач при обучении школьников следующие: вовлечение студентов в исследовательскую деятельность, обогащение личного опыта студентов по решению открытых математических задач, формирование у студентов умений конструировать открытые задачи, формирование у студентов умений проектировать ситуации применения на уроках открытых задач, формирование умений использовать открытые задачи в урочной и внеурочной деятельности по математике.

Список литературы

1. Гин А.А. Приемы педагогической техники. Свобода выбор. Открытость. Деятельность. Обратная связь. Идеальность: пособие для учителя. 13-е изд. М.: ВИТА-ПРЕСС, 2013. 112 с.
2. Утёмов В.В. Система задач открытого типа как средство развития креативности учащихся // Современные проблемы науки и образования. 2011. № 5. [Электронный ресурс]. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=4805> (дата обращения: 25.04.2023).
3. Горев П.М., Зыков И.С. Использование задач открытого типа на различных этапах урока математики // Концепт. 2014. № 6. [Электронный ресурс]. URL: <http://e-koncept.ru/2014/14137> (дата обращения: 25.04.2023).
4. Шноль Д.Э., Сгибнев А., Нетрусова Н. Система открытых задач по геометрии: 7 класс М.: Чистые пруды, 2009. 32 с.
5. Позднякова Е. В., Фомина А.В. Открытые задачи как средство развития "soft skills" на уроках математики // Научный результат. Педагогика и психология образования. 2021. № 2. С. 29-45.
6. Овсянникова И.С. Открытые задачи // Наука и школа. 2014. № 3. С. 30-36.
7. Баранова Е.В. Открытые задачи по геометрии как средство организации исследовательской деятельности учащихся // Современные проблемы естествознания и естественно-научного образования: сборник статей участников II-й Всероссийской научно-практической конференции (Арзамас, 25–26 ноября 2021 г.). Арзамас: Арзамасский филиал ФГАОУ ВО "Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского", 2021. С. 249-253.