

## О БИЛИНГВАЛЬНО-АНИМАЦИОННОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В УСЛОВИЯХ ТУВИНСКО-РУССКОГО ДВУЯЗЫЧИЯ

<sup>1</sup>Салчак А.Э., <sup>1</sup>Бурбужук Д.Э., <sup>2</sup>Майер В.Р.

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Тувинский государственный университет», Кызыл, e-mail: 19salchak@mail.ru;

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Красноярский государственный педагогический университет имени В.П. Астафьева», Красноярск, e-mail: mavr49@mail.ru

---

**Аннотация.** В работе обсуждаются вопросы, связанные с обучением решению задач прикладной направленности на уроках математики в основной школе. В Республике Тыва, особенно в ее отдаленных и труднодоступных районах, школьники не в полной мере владеют русским языком, что затрудняет усвоение ими учебного материала. Это негативно сказывается на многих учебных предметах, в первую очередь на дисциплинах естественно-математического цикла. Так, например, на уроках математики большинство обучающихся испытывают серьезные трудности при решении задач прикладной направленности. В связи с этим научно-педагогическим сообществом предпринимаются попытки обновления и коррекции существующих подходов к обучению школьников решению таких задач. В условиях цифровой трансформации общества и образования нами предлагается интегрировать билингвальный подход, положительно зарекомендовавший себя в обучении тувинских школьников математике, с анимационным подходом. В статье такая интеграция иллюстрируется на конкретных примерах задач прикладной направленности, решение которых поддерживается анимационными чертежами, разработанными с использованием системы динамической математики «Живая математика». Условия задач и комментарии по их решению сопровождаются текстами на русском и тувинском языках. При необходимости любой из них можно вывести на экран, нажав на соответствующую кнопку. Разработка таких чертежей не требует применения языков программирования и вполне по силам учителям математики и информатики, обучающимся. В статье приводятся предварительные результаты использования авторского подхода на нескольких уроках по математике в школах Кызыла.

---

Ключевые слова: обучение математике, двуязычие, прикладные задачи, «Живая математика», билингвально-анимационный подход.

## ABOUT THE BILINGUAL-ANIMATION APPROACH TO SOLVING APPLIED PROBLEMS IN MATHEMATICS LESSONS IN THE CONTEXT OF TUVAN-RUSSIAN BILINGUALISM

<sup>1</sup>Salchak A.E., <sup>1</sup>Burbuzhuk D.E., <sup>2</sup>Mayer V.R.

<sup>1</sup>Tuvan State University, Kyzyl, e-mail: 19salchak@mail.ru;

<sup>2</sup>Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P. Astafev, Krasnoyarsk, e-mail: mavr49@mail.ru

---

**Annotation.** The paper discusses issues related to learning to solve applied problems in mathematics lessons in primary school. In the Republic of Tyva, especially in its remote and hard-to-reach regions, schoolchildren do not fully speak Russian, which makes it difficult for them to assimilate educational material. This situation has a negative impact on many academic subjects, primarily on the disciplines of the natural and mathematical cycle. For example, in mathematics lessons, most students experience serious difficulties in solving applied problems. In this regard, the scientific and pedagogical community is trying to update and correct existing approaches to teaching schoolchildren to solve such problems. In the context of the digital transformation of society and education, we propose to integrate a bilingual approach, which has proven itself positively in teaching Tuvan schoolchildren mathematics, with an animation approach. In the article, such integration is illustrated by specific examples of applied tasks, the solution of which is supported by animated drawings developed using the dynamic mathematics system "The Geometer's Sketchpad". The terms of the tasks and comments on their solution are accompanied by texts in Russian and Tuvan. If necessary, any of them can be displayed by clicking on the appropriate button. The development of such drawings does not require the use of programming languages and is quite possible for mathematics and computer science teachers studying. The article presents the preliminary results of using the author's approach in several mathematics lessons in Kyzyl schools.

---

Keywords: teaching mathematics, bilingualism, applied problems, Live mathematics, bilingual animation approach.

В действующих программах значительно усилена прикладная направленность школьного курса математики. Наиболее существенным изменениям в этом отношении подверглись программы старших классов. Однако их успешная реализация во многом зависит от того, в какой мере обучающиеся основной школы овладеют приемами и методами решения простейших задач прикладной направленности, научатся выявлять необходимые для их решения связи между практикой и теорией. Реализуются эти связи в первую очередь с помощью языка. Исторически сложилось так, что жители целого ряда удаленных районов Республики Тыва общаются между собой на родном тувинском языке. Это означает, что для многих взрослых жителей республики и их детей языком практики и жизни является тувинский язык. С другой стороны, теоретические положения и научные концепции формируются в вузах и научных центрах. В условиях России это означает, что языком теории и науки является преимущественно русский язык. Следовательно, для выявления необходимых для решения прикладных задач связей между практикой и теорией в республике желательно хорошо владеть как тувинским, так и русским языком. Это означает, что проблема успешного обучения тувинских школьников решению задач прикладного характера имеет не только содержательно-математический аспект, но и языковой.

Для решения содержательно-математического аспекта проблемы авторами предлагается пополнить традиционную методику решения прикладных задач анимационным подходом. Основные положения концепции обучения математике с использованием компьютерной анимации разработаны В.В. Абдулкиным, С.И. Калачевой, М.А. Кейв, С.В. Лариным и В.Р. Майером в монографии [1, с. 37], где под компьютерной анимацией понимается «компьютерная имитация реального или идеального процесса с помощью изменения формы объектов, текста или показа последовательных изображений с фазами движения» [1, с. 8]. Методика применения компьютерной анимации была успешно апробирована С.В. Лариным и В.Р. Майером в гимназиях № 13 и 14 г. Красноярска с использованием учебного пособия [2, с. 25] и на математических курсах Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева [3, с. 228]. Реализовать анимационный подход можно на базе любой системы динамической математики. Однако, по мнению авторов, наибольшие анимационные возможности заложены разработчиками в среду «Живая математика» [4, с. 102]. Именно они успешно применялись при решении задач прикладного характера в [5]. Отметим здесь, что под задачами прикладного характера будем понимать задачи, поставленные вне математики и решаемые математическими средствами. Прикладные задачи являются одним из основных средств ознакомления с приложениями математики, которые являются неотъемлемой частью математического образования. Это

один из важнейших видов задач, формирующих образовательные, воспитательные и развивающие навыки в математическом образовании.

Для преодоления трудностей, связанных с языковым аспектом проблемы, предлагается взять на вооружение билингвальный подход. Существует несколько достаточно близких по содержанию определений понятия билингвизма. В данной работе, как и в статье [6], под билингвизмом будем понимать двуязычие, которое рассматривается как равноправное существование двух языков в пределах одного этноса, владение человеком двумя языками и практика их попеременного пользования, умения с их помощью осуществлять успешную коммуникацию либо одинаковое владение двумя языками. В республике различают несколько видов билингвизма, например русско-тувинский, тувинско-русский, кыргызско-русский, кыргызско-тувинский. В данной статье авторы рассматривают в основном тувинско-русский билингвизм. Теорией обучения математике в условиях этого двуязычия занимались такие исследователи, как Ю.В. Вайнштейн, С.К. Саая, Н.М. Кара-Сал, А.С. Монгуш, К.В. Сафонов, О.М. Танова, М.В. Танзы, В.А. Шершнева и другие [7–9].

Условимся в дальнейшем подход к обучению с использованием возможностей билингвизма и компьютерной анимации именовать термином «билингвально-анимационный подход», сокращенно «БЛА подход». Ключевая идея этого подхода применительно к обозначенной выше проблеме заключается в том, что при решении прикладной задачи предлагается максимально использовать возможности компьютерной анимации, при этом формулировку задачи и комментарии по ее решению сопровождать как на тувинском, так и на русском языках.

Цель статьи – продемонстрировать возможности использования билингвально-анимационного подхода в обучении решению прикладных задач на уроках математики в основной школе в условиях тувинско-русского двуязычия.

### **Материалы и методы исследования**

Методологическую основу работы составили системно-деятельностный, личностно-ориентированный и когнитивно-визуальный подходы. Анализ, обобщение и систематизация научно-методической литературы, исследований отечественных и зарубежных авторов по проблеме обучения решению задач прикладной направленности на уроках математики в основной школе с использованием билингвального подхода и компьютерной анимации. Значимое место среди методов исследований в работе заняли элементы опытной работы.

Важнейшим классическим методом решения прикладных задач является математическое моделирование. Одним из средств математического моделирования реальных зависимостей служат эмпирические графики. Их применение опирается на приобретенные в 5 классе навыки работы обучающихся с диаграммами. Обучение решению

прикладных задач с использованием эмпирических графиков проходит успешнее в том случае, если учащимся ясна цель их введения, если функциональный аппарат применяется ими для решения задач прикладного содержания, использующих личный опыт учащихся, их живой интерес к явлениям тувинской природы, склонность к наблюдениям. В качестве примера использования БЛА подхода рассмотрим следующую задачу, которую можно предложить обучающимся на уроке математики в 6 классе.

**З а д а ч а 1.** На анимационном чертеже среды «Живая математика», представленном двумя стоп-кадрами на рис. 1, изображен график изменения температуры воздуха в течение суток. С ним связаны два отрезка:  $OA$ , изображающий время в часах, прошедшее от начала суток, и  $AB$ , изображающий температуру воздуха в градусах. Представьте, что отрезок  $OA$  увеличивается и его правый конец, точка  $A$ , проходит последовательно точки, отмеченные числами 2, 4, ..., 24. Вместе с этим меняется и длина отрезка  $AB$ . Пользуясь графиком, ответьте на следующие вопросы:

1) В какие часы суток температура возрастает, в какие – убывает? Какая температура была в 10 часов? В 20 часов?

2) Какого наименьшего (наибольшего) значения в эти сутки достигла температура и в каком часу это произошло?

Для реализации анимационной составляющей БЛА подхода в среде «Живая математика» создается динамический чертеж. Разработка такого чертежа по заранее подготовленной таблице с температурными значениями не представляет большого труда. Кстати, к сбору необходимых табличных данных можно привлечь обучающихся.

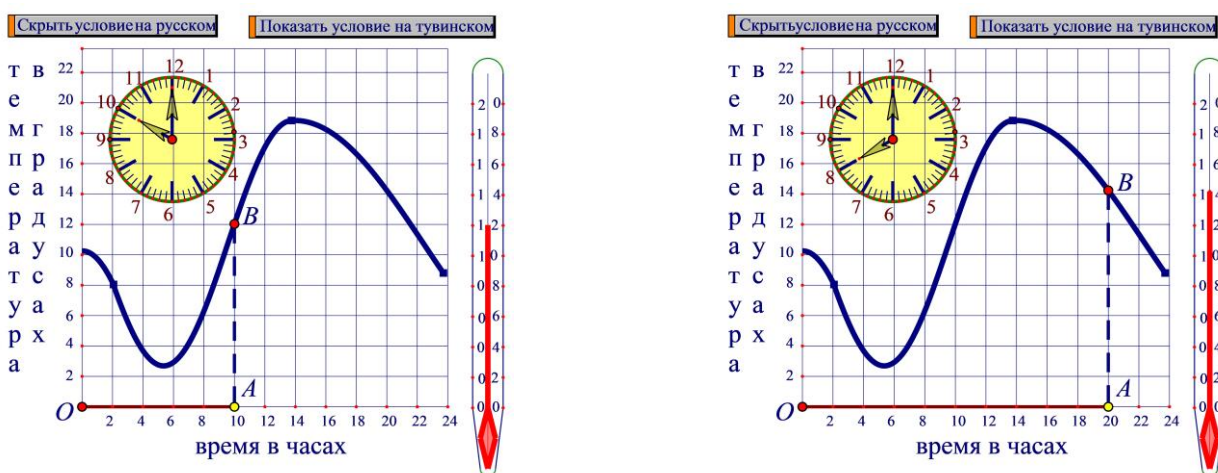


Рис. 1. Стоп-кадры компьютерной анимации, поддерживающей решение задачи 1

После обращения к команде «Построить график по данным из таблицы...» на экране появится изображение координатной сетки и требуемый эмпирический график. Далее

остается поместить на ось времени произвольную точку А, найти соответствующую ей точку В на графике, изобразить отрезки ОА и АВ.

Для удобства обучающихся и большей наглядности на чертеже с помощью заранее подготовленных собственных инструментов изображаются часы и градусник. Особенность инструмента «Часы» заключается в полной синхронности длины отрезка ОА и соответствующих положений часовой и минутной стрелок. Для создания этого инструмента необходимо знание некоторых свойств окружности, поэтому к участию в его разработке можно привлечь обучающихся 8 или 9 классов. Особенность инструмента «Градусник» заключается в полной синхронности отрезка АВ и высоты ртутного столба в градуснике. Справиться с его разработкой под руководством учителя могут обучающиеся 6 класса.

Задать анимацию можно несколькими способами, отметим два из них, которые в соответствии с классификацией из [1, с. 16] называются «кнопочной» и «ручной» анимациями. В первом случае подсвечивается точка А, затем в меню «Правка» выбирается опция «Кнопки», далее – команда «Анимация». На экране появляется кнопка, после нажатия на которую начинает перемещаться А, вслед за ней приходят в движение стрелки часов, меняются показания градусника. Более полезной для исследования является ручная анимация. Для ее реализации достаточно подсветить точку А и перемещать ее, используя для этого компьютерную мышь или клавиши управления курсором.

Для реализации билингвальной составляющей БЛА подхода в верхней части экрана создаются две кнопки (рис. 1), одна из которых выводит на экран формулировку и комментарии к решению задачи на русском языке, вторая – на тувинском языке.

Как известно, большие прикладные возможности заложены в графиках движения, поэтому в качестве примера использования на уроках алгебры компьютерной анимации приведем следующую задачу, которую можно с успехом рассмотреть в 7 классе при изучении линейных зависимостей.

**З а д а ч а 2.** На анимационном чертеже, выполненном в среде «Живая математика» и представленном двумя стоп-кадрами на рис. 2, изображены графики движения пешеходов, идущих по одной дороге навстречу друг другу.

1) Опишите движение пешехода, идущего из Березовки в Сосновку:

а) В какое время вышел пешеход из Березовки в Сосновку? б) На каком расстоянии от Сосновки был он в 9 часов? в) В котором часу и на каком расстоянии от Сосновки отдыхал? г) С какой скоростью прошел первую половину пути, с какой – вторую? д) В котором часу прибыл он в Сосновку?

2) Опишите движение пешехода, идущего из Сосновки в Березовку:

а) В котором часу пешеход вышел из Сосновки? б) В котором часу пешеход пришел в Березовку? в) С какой скоростью прошел он весь путь? г) Делал ли он остановки в пути?

3) Сравните движения обоих пешеходов:

а) На каком расстоянии друг от друга были пешеходы в 11 часов? б) В котором часу и на каком расстоянии от Сосновки пешеходы встретились? в) В котором часу пешеходы были на расстоянии 5 км друг от друга в первый раз, во второй раз?

Для создания анимационного эффекта на горизонтальную ось времени  $t$  (рис. 2) помещена произвольная точка, которая обозначена  $t_0$ . Перемещать ее можно вручную с помощью мыши. Через  $t_0$  проведена вертикальная прямая, точка пересечения этой прямой с графиком движения пешехода, идущего из Березовки, обозначена через Б, точка пересечения вертикальной прямой с графиком движения второго пешехода – через С.

Для того чтобы обучающиеся ни в этой задаче, ни в дальнейшем не путали графики движения объектов с их траекторией перемещения по трассе, желательно на первых порах при решении задач на движение помимо графиков приводить изображение трассы и движущихся по ней объектов. При этом траекторию трассы следует изображать существенно отличающейся по форме от графиков движения. В связи с этим чуть ниже координатной сетки изображен в виде отрезка фрагмент дороги, проходящей через Сосновку и Березовку, на дороге изображены фигурки обоих пешеходов. Пешеход, вышедший из Березовки, находится от Сосновки на расстоянии, равном длине отрезка, соединяющего точки  $t_0$  и Б, второй пешеход – на расстоянии, равном длине отрезка, соединяющего точки  $t_0$  и С. Кроме этого, для удобства обучающихся справа от графиков помещено изображение циферблата с минутной и часовой стрелками, положение которых также зависит от выбора точки  $t_0$ .

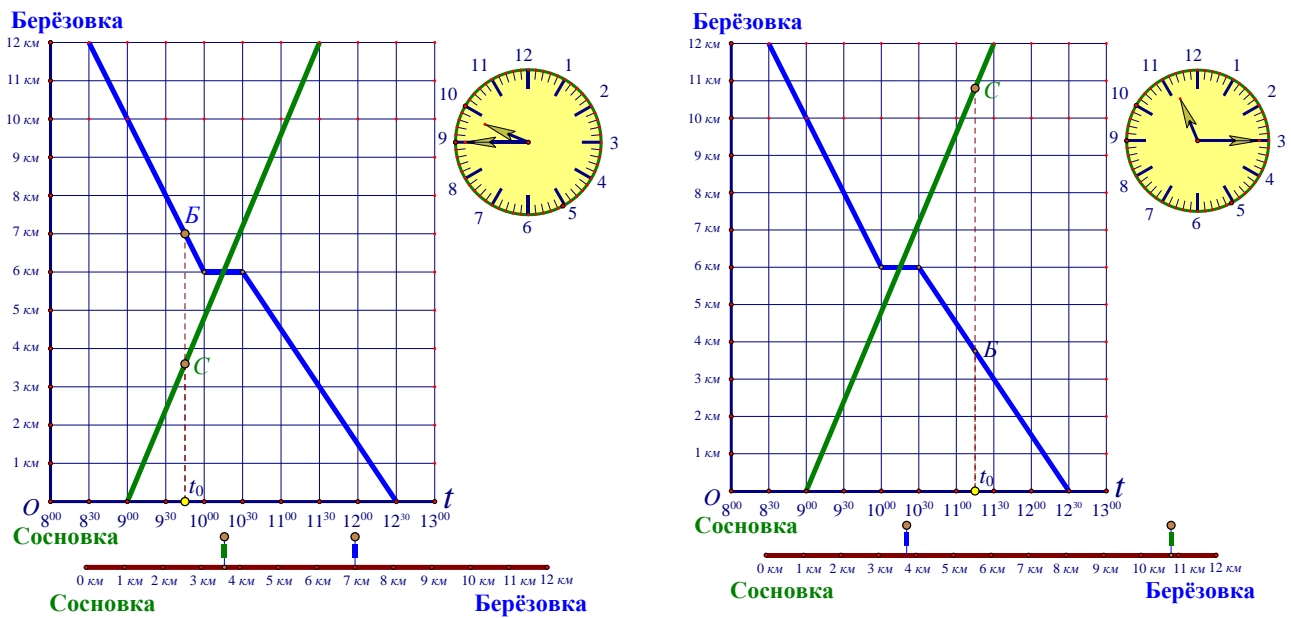


Рис. 2. Стоп-кадры компьютерной анимации, поддерживающей решение задачи 2

Таким образом, обучающиеся, меняя с помощью мыши положение точки  $t_0$ , могут одновременно наблюдать соответствующие изменения как точек Б и С на графиках движения, так и фигур пешеходов на дороге. Кроме этого, они имеют возможность с достаточно большой точностью находить требуемые в соответствии с условием задачи значения времени и расстояния. Так, например, на левом слайде рис. 2 положение пешеходов соответствует значению времени 9 ч 45 мин, на правом слайде – 11 ч 15 мин. Причем в первом случае расстояние между пешеходами равно 3,40 км, во втором – 7,05 км.

### Результаты исследования и их обсуждение

Всего в общей сложности авторами разработаны в среде «Живая математика» 48 анимационных чертежей, поддерживающих систему задач прикладного характера, главное назначение которой – исподволь, начиная с 6 класса, готовить учащихся к неформальному усвоению основных понятий и методов математического анализа в школах Республики Тыва. Несколько пробных уроков с использованием билингвально-анимационного подхода проведено авторами в 7 и 8 классах школы № 1 им. М.А. Бухтуева, и также в 7 и 8 классах школы № 3 им. героя Советского Союза Т.Б. Кечил-оола г. Кызыла. В общей сложности на занятиях присутствовало 106 учеников, в каждом классе на четырех уроках удалось решить по восемь прикладных задач. Опрос, проведенный среди этих обучающихся, позволяет сделать вывод о большом эмоциональном эффекте, который оказывает анимационное сопровождение обсуждаемых задач на учебную атмосферу в классе во время таких уроков. В большинстве случаев динамические чертежи позволяют максимально визуализировать сюжет прикладной задачи, что в соответствии с основным дидактическим принципом наглядности способствует успешному ее решению. Отметим также, что прикладная задача, сформулированная не только на русском, но и на родном для обучающегося тувинском языке, дает наиболее глубокое осмысление ее условия. Помимо обучающего эффекта такое терминологическое сопровождение задач является эффективным средством успешного

развития этнокультурной идентичности обучающихся, не владеющих родным языком, и наоборот.

Предложенный в статье авторский подход обучения решению задач прикладной направленности на уроках математики в основной школе Республики Тыва, в основе которого лежит интеграция билингвального и анимационного подходов, позволяет мотивировать обучающихся на заинтересованное решение обсуждаемых задач, создает эффект успешности участия каждого ученика в совместном обсуждении способов решения задач, способствует формированию у обучающихся исследовательских умений и навыков.

### **Заключение**

Обучение решению задач прикладной направленности в 7 и 8 классах с применением анимационных чертежей, сопровождаемых поддержкой на тувинском языке, положительно воспринимается обучающимися. Анимационные чертежи, создаваемые в среде «Живая математика», пополняют арсенал традиционных средств обучения математике в условиях двуязычия. Ясно, что применение этого подхода целесообразно лишь на первых порах решения прикладных задач каждого типа. Чрезмерное увлечение таким подходом может негативно сказаться как на развитии логического мышления, так и на формировании пространственного воображения и геометрической интуиции обучающихся.

Отметим, что предложенный авторами подход имеет практическую значимость, его легко адаптировать к обучению решению прикладных задач в условиях любого двуязычия.

### **Список литературы**

1. Абдулкин В.В., Калачева С.И., Кейв М.А., Ларин С.В., Майер В.Р. Компьютерная анимация в обучении математике в педагогическом вузе: монография. Красноярск: Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, 2019. 165 с.
2. Ларин С.В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики: учебное пособие. Ростов н/Д.: Легион, 2015. 192 с.
3. Майер В.Р., Семина Е.А. Информационные технологии в обучении геометрии бакалавров – будущих учителей математики: монография. Красноярск: Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, 2014. 516 с.
4. Живая Математика 5.0: Сборник методических материалов (составители: Г.Б. Шабат, В.М. Чернявский, В.В. Кулагина, Л.М. Смолина, В.Н. Боровикова, В.Н. Дубровский, Г.А. Аджемян, А.В. Пантуев). М.: ИНТ, 2013. 205 с.



5. Larin S., Mayer V. The Role of Computer animation in Mathematics Teaching // Mathematics and Informatics. 2018. № 6 (61). С. 542–552.
6. Сарыглар С.В., Вайнштейн Ю.В. Применение анимационных рисунков при обучении школьников-билинггов на уроках алгебры // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2024. № 1 (67). С. 5–15.
7. Саая С.К., Танзы М.В., Сафонов К.В., Шершнева В.А. Математическая подготовка школьников и студентов в республике Тыва в условиях двуязычия // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2021. № 3. С. 17–24. DOI: 10.25146/1995-0861-2021-57-3-286.
8. Товуу С.С., Сал Н.М., Санчаа Т.О. Математическое образование в условиях развития системы образования в Республике Тыва // Новые исследования Тувы. Кызыл: 2020. № 4. С. 45–63.
9. Танзы М.В., Танова О.М., Кара-Сал Н.М., Монгуш А.С. Электронный словарь математических терминов как средство результативного обучения математике детей с ограниченными возможностями здоровья в условиях двуязычия // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2017. № 4. С. 12–21.