

ДИНАМИКА ПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ВЫРАЖЕНИЯМ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯМ ПО ДАННЫМ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ В АЛТАЙСКОМ КРАЕ

¹Кисельников И.В.

¹ФГБОУ ВО «Алтайский государственный педагогический университет», Барнаул, e-mail: kiv@uni-altai.ru

Цель исследования заключается в изучении динамики предметных результатов обучения выражениям и преобразованиям на основе объективных данных основного государственного и единого государственного экзамена по математике в Алтайском крае. Использовались теоретические и эмпирические методы исследования. Рассмотрена значимость изучения раздела «Вычисления и преобразования» в школьном курсе математики. Выделены требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы по разделу «Вычисления и преобразования» и выявлена динамика выполнения отдельных заданий этого раздела. Указана особенность государственной итоговой аттестации по математике: наличие двух типов задач - с кратким ответом и с развернутым ответом. Выводы о погрешностях при выполнении задач с кратким ответом носят вероятностный характер и делаются на основе анализа вееров ответов участников экзамена. Приведен пример анализа веера ответов по одному из заданий. На основе анализа решений участников экзамена выделены типичные ошибки и затруднения обучающихся при выполнении одного из заданий с развернутым ответом единого государственного экзамена. Динамика предметных результатов обучения математике представляет собой сложный и многоуровневый процесс, который включает в себя как количественные, так и качественные изменения в понимании и освоении математических концепций учениками.

Ключевые слова: обучение математике, результаты обучения, государственная итоговая аттестация, выражения, преобразования, понимание, ошибки, погрешности.

DYNAMICS OF SUBJECT RESULTS OF LEARNING EXPRESSIONS AND TRANSFORMATIONS BASED ON THE DATA OF THE STATE FINAL CERTIFICATION IN MATHEMATICS IN ALTAI REGION

¹Kiselnikov I.V.

¹Altai State Pedagogical University, Barnaul, e-mail: kiv@uni-altai.ru

The purpose of the study is to examine the dynamics of subject learning outcomes in expressions and transformations based on objective data from the main state and unified state examination in mathematics in the Altai Territory. Theoretical and empirical research methods were used. The importance of studying the section "Calculations and Transformations" in the school mathematics course is considered. The requirements for subject learning outcomes of the main educational program in the section "Calculations and Transformations" are identified, and the dynamics of completing individual tasks in this section are revealed. A feature of the state final certification in mathematics is the presence of two types of problems: with a short answer and with an expanded answer. Conclusions about errors in completing tasks with a short answer are probabilistic in nature and are made based on the analysis of the fans of answers of the exam participants. An example of the analysis of the fan of answers for one of the tasks is given. Based on the analysis of the solutions of the exam participants, typical errors and difficulties of students in completing one of the tasks with an expanded answer of the unified state examination are identified. The dynamics of subject-specific learning outcomes in mathematics is a complex and multi-level process that includes both quantitative and qualitative changes in students' understanding and mastery of mathematical concepts.

Keywords: teaching mathematics, learning outcomes, state final certification, expressions, transformations, understanding, errors, mistakes.

Введение

Широкое внедрение современных форм государственной итоговой аттестации обучающихся по учебным предметам, в частности основного государственного экзамена и

единого государственного экзамена по математике, приводит к необходимости совершенствования на основе их результатов методики обучения математике в школе [1, с. 26]. Результаты этих экзаменов подвергаются тщательному анализу на различных уровнях образования: класса, школы, региона, страны [2, с. 14]. Особенный интерес представляют предметные результаты обучения математике по различным блокам учебного содержания [3, с. 23].

Данные объективных процедур контроля знаний позволяют характеризовать качество математического образования в его динамике [4, с. 32].

Цель исследования – изучение динамики предметных результатов обучения выражениям и преобразованиям на основе количественных и качественных данных основного государственного и единого государственного экзамена по математике в одном из регионов Российской Федерации – Алтайском крае.

Материал и методы исследования

В ходе исследования предстояло выявить количественные и качественные данные предметных результатов обучения обучающихся одному из разделов учебного материала – «Выражения и преобразования», на основе изучения данных основного государственного экзамена по математике и единого государственного экзамена профильного уровня. Для этого использованы теоретические и эмпирические методы: анализ, синтез, обобщение. На втором этапе с помощью экспертных оценок выявлялись погрешности в предметных результатах обучения этому разделу, возможные причины появления ошибок и пути их предотвращения [5, с. 36]. Исследование проводилось с использованием материалов региональной предметной комиссии по проверке задач с развернутым ответом государственной итоговой аттестации по математике в Алтайском крае.

Результаты исследования и их обсуждение

Исходные положения.

1. Раздел «Выражения и преобразования» относится в основном к дисциплине «Алгебра» школьного курса математики. Его усвоение проверяется в условиях ОГЭ и ЕГЭ по математике профильного уровня в виде как заданий с кратким ответом, так и задач с развернутым решением.
2. По результатам итоговой государственной аттестации на уровне региона возможно выявление погрешностей участников экзамена, в том числе ошибок, в частности типичных ошибок. Сравнение данных результатов ОГЭ и ЕГЭ, продемонстрированных одним и тем же контингентом участников, позволяет выявить повторяющиеся ошибки, а также погрешности, которые были исправлены в процессе обучения в старшей школе.

3. На основе сравнения данных ОГЭ и ЕГЭ по математике могут быть выделены элементы содержания и характеристики учений, характеризующиеся положительной динамикой результатов.

4. Основным объектом оценки предметных результатов обучения является достижение обучающимися планируемых результатов обучения: способность обучающихся решать учебно-познавательные и учебно-практические задачи с использованием средств, релевантных учебному предмету, в том числе на основе метапредметных действий [6, с. 12].

Материал блока учебного содержания «Выражения и преобразования» занимает центральное место в школьном курсе математики, так как формирует базовые навыки алгебраических преобразований, необходимые для последующего изучения более сложных математических концепций. Понимание методов преобразования выражений помогает обучающимся не только решать уравнения, но и развивает аналитическое мышление, что является важным аспектом общего образования. Процесс преобразования выражений включает в себя использование различных алгебраических правил и свойств, таких как распределительный и сочетательный законы, приведение подобных членов в выражениях, упрощение выражений, сокращение дробей и др. Эти приемы не только упрощают решения задач, но и способствуют глубинному пониманию структуры математических отношений. Школьники учатся распознавать паттерны и связи между величинами, что в дальнейшем помогает им в изучении различных областей математики, включая геометрию и анализ.

Кроме того, навыки работы с выражениями имеют практическое применение в инженерии, физике и экономике. Таким образом, изучение преобразования выражений не только обогащает математическую подготовку, но и открывает возможности для продолжения образования.

В процессе контроля предметных результатов обучения математике в условиях итоговой аттестации целесообразно придерживаться следующих принципов: достоверность, объективность и информативность оценки [7, с. 23]. Ориентация на достижение планируемых результатов должна пройти через все составляющие и все виды оценивания.

Данные о предметных результатах освоения блока учебного содержания «Выражения и преобразования» были получены из анализа представленных в таблице 1 заданий ОГЭ-2022 и ЕГЭ-2024 по математике профильного уровня.

Таблица 1

Требования к результатам выполнения заданий

Задачи	Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы	Обобщённые формулировки требований к предметным результатам из ФГОС 2010-2012 гг.
--------	---	---

<p>№ 7 ЕГЭ № 13 ЕГЭ</p>	<p>Умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений</p>	<p>Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приёмы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма; вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции</p>
<p>№ 8 ОГЭ № 20 ОГЭ</p>	<p>Умение оперировать понятиями: степень с целым показателем, арифметический квадратный корень, многочлен, алгебраическая дробь, тождество; знакомство с корнем натуральной степени больше единицы; умение выполнять расчёты по формулам, преобразования целых, дробно-рациональных выражений и выражений с корнями, разложение многочлена на множители, в том числе с использованием формул разности квадратов и квадрата суммы и разности</p>	<p>Овладение символьным языком алгебры, приёмами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат: выполнение несложных преобразований для вычисления значений числовых выражений, содержащих степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем; выполнение несложных преобразований целых, дробно-рациональных выражений и выражений с квадратными корнями; раскрывать скобки, приводить подобные слагаемые, использовать формулы сокращённого умножения</p>

Общая динамика результатов, демонстрируемых участниками ЕГЭ по математике профильного уровня, показана в таблице 2.

Таблица 2

Результаты ЕГЭ по математике профильного уровня

Участников, набравших баллы	Год проведения ГИА		
	2022	2023	2024
Ниже минимального балла, %	11,74	11,45	1,39
От минимального балла до 60 баллов, %	49,12	50,39	51,88
От 61 до 80 баллов, %	36,59	35,95	36,34
От 81 до 100 баллов, %	2,55	2,21	10,39
Средний тестовый балл	51,00	50,14	57,98

Сравнение результатов показывает положительную динамику выполнения заданий, проверяющих результаты освоения содержания раздела (рис. 1).

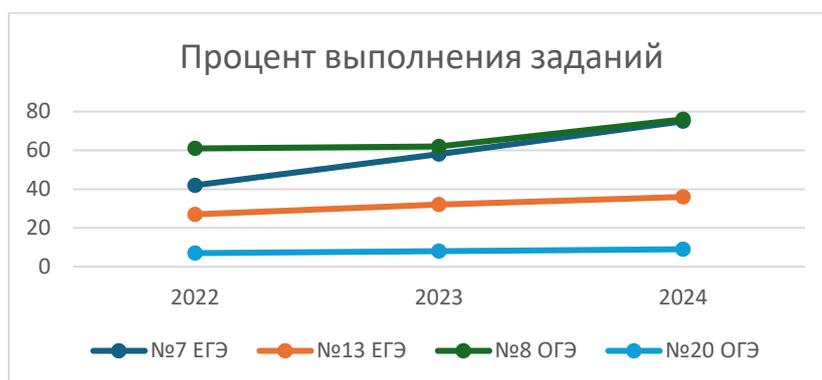


Рис. 1. Процент выполнения заданий

Важным для совершенствования обучения становится выявление погрешностей в предметных результатах обучения школьников. Эта проблема различными способами решается в научно-педагогической и методической литературе [8-10].

Особенностью ОГЭ и ЕГЭ по математике является наличие двух типов задач: с кратким ответом и с развернутым ответом. Выводы о погрешностях при выполнении задач с кратким ответом носят вероятностный характер и делаются на основе анализа вееров ответов участников экзамена. Термин «веер ответов» [11, с. 425] применительно к заданию контрольно-измерительных материалов экзамена означает множество всех ответов, которые участники экзамена предоставили в результате его выполнения. В качестве примера рассмотрим затруднения обучающихся при выполнении одного из заданий ЕГЭ по математике.

Задание 1. Найдите значение выражения $2\sqrt{3}\cos^2\frac{13\pi}{12} - \sqrt{3}$.

Приступили к решению этой задачи 88,92% участников экзамена. Верный ответ «1,5» получили 168 человека, что составляет 42,97%. «Массовые» неверные ответы: «2» (получили 25 участников экзамена), «0» (24 человека), «1» (23 человека).

Типичная ошибка, приведшая обучающихся к неправильным ответам, указывает на неправильное оперирование действиями над тригонометрическими выражениями, незнание тригонометрических формул и значений тригонометрических функций острых углов.

При анализе решений школьниками заданий с развернутым ответом учитывались требования к оцениванию стандартных задач [12, с. 43]. Такой анализ позволяет выявить типичные ошибки и затруднения обучающихся. Рассмотрим одну из таких задач.

Задание 2

а) Решите уравнение $\sin 2x + \sqrt{2} \cos(x + \pi) = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[3\pi; \frac{9\pi}{2}]$.

Решаемость задания 2 представлена на рисунке 2.

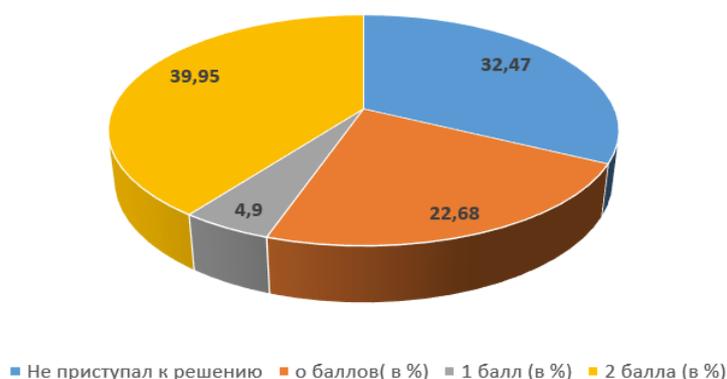


Рис. 2. Процент решаемости задачи 2

Типичные ошибки при решении задания 2

1. Уравнение в задании решалось разложением на множители, предварительно использовались формула синуса двойного угла и формулы приведения. В целом, можно констатировать слабое владение обучающихся этим методом решения уравнения, несформированность необходимых алгоритмов.

2. Ошибки при применении формул приведения.

3. Деление обеих частей уравнения на выражение с переменной, которое в этой задаче может быть равно нулю. Обучающиеся часто делили обе части уравнения на $\cos x$, теряя при этом отдельные корни уравнения.

4. Нередко, решая простейшее тригонометрическое уравнение, обучающиеся находили неверное его решение.

Ежегодно среди типичных ошибок участников ЕГЭ по математике при решении такой задачи констатируется незнание формул раздела «Тригонометрия» школьного курса математики: корней простейших тригонометрических уравнений общего и частного вида,

табличных значений тригонометрических и обратных тригонометрических функций и др. Наиболее типичными среди них в 2024 году были ошибки в формулах корней простейших тригонометрических уравнений общего или частного вида, незнание формул приведения и табличных значений обратных тригонометрических функций.

При отборе корней в пункте б) задачи 2 многие участники ЕГЭ не оформляют решение должным образом. Часто обоснование ответа не является полным или совсем отсутствует.

В зависимости от способа отбора корней из промежутка часто встречалась одна из следующих ситуаций:

- осуществляется перебор целых значений k без обоснования, почему другие значения рассматривать не нужно;
- на единичной окружности не выделен исследуемый промежуток или указаны корни, не принадлежащие данному промежутку.

Отсутствие обоснования решения при отборе корней, даже при правильном ответе, не позволяет эксперту оценить пункт б) задания 2 положительным баллом.

Следует отметить, что при решении задачи 2 обучающиеся традиционно и в основном успешно использовали различные способы отбора корней: перебор, с помощью двойного неравенства, используя единичную окружность.

Информативность оценивания результатов государственной итоговой аттестации обеспечивается выявлением погрешностей участников экзамена и планированием предупреждающих и корректирующих действий [13-15].

Рассматриваемые погрешности обучающихся согласуются с опытом современной подготовки к ОГЭ по математике [16; 17].

Выводы

Сопоставление результатов ОГЭ и ЕГЭ в Алтайском крае позволило выявить положительную динамику предметных результатов обучения выражениям и преобразованиям. Типичные ошибки обучающихся встречаются при выполнении как задач с кратким, так и с развернутым ответом. Выявление таких ошибок позволяет обосновать рекомендации по совершенствованию организации и методики преподавания учебного предмета «Математика» всем обучающимся.

На основе анализа результатов итоговой государственной аттестации разработана методика анализа выполнения заданий ОГЭ и ЕГЭ по математике профильного уровня, включающая:

- а) выявление погрешностей при выполнении заданий контрольно-измерительных материалов;
- б) оформление форм представления результатов;

в) контроль предметных результатов обучения математике в условиях итоговой аттестации;

г) типизацию ошибок при выполнении заданий экзаменов.

Подготовку к ОГЭ по математике целесообразно осуществлять по направлениям: информационная деятельность, психолого-педагогическое и методическое сопровождение, повышение предметных и методических компетенций учителей.

Заключение

Динамика предметных результатов обучения математике представляет собой сложный и многоуровневый процесс, который включает в себя как количественные, так и качественные изменения в понимании и освоении математических концепций учениками. Важным аспектом этой динамики является учет возрастных и индивидуальных особенностей обучающихся, их предшествующего опыта и мотивации к обучению.

Систематический подход к анализу результатов обучения позволяет выявить закономерности, влияющие на рост учебных достижений обучающихся. Сопоставление результатов ОГЭ и ЕГЭ позволяет в динамике отследить усвоение различных разделов предмета, в частности блока «Выражения и преобразования», что демонстрирует практика осуществления аналитической работы по результатам экзамена.

Кроме того, значительную роль в динамике предметных результатов играет интеграция математических знаний с другими дисциплинами. Это помогает ученикам понять практическую ценность математики и ее применение в реальной жизни. Опыт показывает, что в результате обучающиеся становятся более уверенными в своих силах и способны к самостоятельному анализу и обобщению информации, что положительно сказывается на их учебных успехах.

Список литературы

1. Котюргина А.С., Федорова Е.Ю., Николаев В.Б., Никитин Ю.Б. Эволюция ЕГЭ и ее влияние на математическую подготовку школьников // Образование и наука. 2020. Т. 22. № 5. С. 9-36. DOI: 10.17853/1994-5639-2020-5-9-36.
2. Яценко И. В., Семенов А. В., Высоцкий И. Р. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2024 года по математике. 2024. URL: https://doc.fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy/2024/ma_mr_2024.pdf (дата обращения: 13.01.2025).
3. Киселев С. Г., Нуриева Л. М. ЕГЭ и анализ качества обучения математике // Образование и наука. 2008. № 6 (54). С. 11-24.

URL: https://elar.rsvpu.ru/bitstream/123456789/32932/1/edscience_2008_06_003.pdf (дата обращения: 13.01.2025).

4. Иванов А. П. Недостатки современных форматов ОГЭ и ЕГЭ и их негативное влияние на качество математического образования // Педагогическая диагностика. 2016. № 6. С. 32–40

URL: <http://moip.viperson.ru/articles/nedostatki-sovremennyh-formatov-oge-i-ege-i-ih-negativnoe-vliyanie-na-kachestvo-matematicheskogo-obrazovaniya> (дата обращения: 13.01.2025).

5. Садовничий А. В. Математика в Московском университете: взгляд математика и ректора // Математика в высшем образовании. 2015. № 13. С. 31-40.

URL: http://www.mvo.unn.ru/files/2020/03/nom13_003_sadovn.pdf (дата обращения: 13.01.2025).

6. Рослова Л.О., Е.Е. Алексеева Е.Е., Буцко Е.В. Математика. Реализация требований ФГОС основного общего образования: методическое пособие для учителя. М. : ФГБНУ «Институт стратегии развития образования РАО» 2022. 264 с. URL: <https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/МАТЕМАТИКА.-Реализация-требований-ФГОС-ООО.pdf?ysclid=m6knbh0nfa829990603> (дата обращения: 08.01.2025).

7. Рослова Л.О., Алексеева Е.Е., Буцко Е.В. Система оценки достижений планируемых предметных результатов освоения учебного предмета «Математика»: методические рекомендации / под редакцией Л. О. Рословой. М.: ФГБНУ «Институт стратегии развития образования». 2023. 48 с.

8. Брадис В.М., Минковский В.Л., Харчева А.К. Ошибки в математических рассуждениях. М.: Учпедгиз, 1959. 176 с.

9. Стукалов В.А., Стукалова Н.А. Методическое содержание понятия ошибки в учебной математической деятельности // Электронный научный журнал «Вестник Омского государственного педагогического университета». 2006 URL: <http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgrpu-66.pdf> (дата обращения: 09.01.2025).

10. Самсонов П.И. Основы методики предупреждения математических ошибок, возникающих на основе неверной ассоциативной связи // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2010. № 12. С. 75-78.

URL: <https://applied-research.ru/ru/article/view?id=997> (дата обращения: 03.01.2025).

11. Кисельников И.В. Методический анализ веера ответов участников ЕГЭ по математике // Фундаментальные науки и образование: Материалы II международной научно-практической конференции, Бийск: ФГБОУ ВПО «АГАО». 2014. 427 с.

12. Дорофеев Г.В. Оценка решений стандартных задач в старшей школе // Математика в школе. 1999. № 1-6. №3. С. 2-6.

13. Кисельников И.В. Анализ результатов Алтайского регионального мониторинга математической подготовки учащихся 6 классов // Мир науки, культуры, образования. 2015. № 2(51). С. 253-256.
14. Кисельников И.В. Типичные ошибки при решении задачи 15 участниками ЕГЭ по математике профильного уровня в Алтайском крае и пути их преодоления // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 2. URL: <http://www.science-education.ru/129-22100> (дата обращения: 09.01.2025).
15. Кисельников И.В. Анализ типичных ошибок учащихся основной школы при решении задач государственной итоговой аттестации по алгебре (в новой форме) в системе обеспечения качества обучения математике // Мир науки, культуры, образования. 2010. № 4-1(23). С 214-217.
16. Смердина Т.В., Дудченко М.И. Из опыта работы по подготовке к ОГЭ по математике // Управление развитием образования. 2024. №1. С. 136-142.
17. Вдовиченко А.А., Близнякова А.А. Подготовка учащихся 8 класса к ОГЭ по математике во внеурочной работе // Карельский научный журнал. 2024. Т. 13. №1(46). С.14-16.